ثانوية الليمون التأهيلية
ثانية باك علوم فيزيائية

امتحان تجريبي رقم 2 في الرياضيات

1/2 المدة 3 ساعات / 2021 2020 :الموسم الدراسي

المعامل : 7

تمرين المتتاليات : 4 نقط / الأعداد العقدية : 5 نقط / التكامل ودراسة الدوال : 11 نقطة

التمرين الأول

نعتبر المتتالية (U_n) بحيث : $U_0 = 2$ و : $(\forall n \in \mathbb{N}) : U_{n+1} = \frac{4}{5}U_n - \frac{3^{n+1}}{5^{n+2}}$

0,5 1) أحسب U_1.

2) نضع لكل n من $\mathbb{N}$: $v_n = U_n - \left(\frac{3}{5}\right)^{n+1}$.

1 2-أ) تحقق أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{4}{5}$.

1 2-ب) استنتج v_n ثم U_n بدلالة n.

0,5 2-ج) أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$.

1 3) نضع $w_n = \ln\left(\frac{1}{v_n}\right)$، لكل n من $\mathbb{N}$. بين أن : $\lim w_n = +\infty$

التمرين الثاني

نعتبر في $\mathbb{C}$ المعادلة : $(E) : z^2 - 2\sqrt{2+\sqrt{2}}\,z + 4 = 0$

وليكن a و b حليها بحيث : $Im(a) < 0$.

0,5 1-أ) تحقق أن : $\Delta = \left(2i\sqrt{2-\sqrt{2}}\right)^2$

1 1-ب) حدد الكتابة الجبرية للعددين a و b.

2) ليكن العدد العقدي c بحيث : $4c = a^2$.

1 2-أ) بين أن : $c = \frac{\sqrt{2}}{2} - i\frac{\sqrt{2}}{2}$ ثم حدد الكتابة المثلثية للعدد c.

1 2-ب) إستنتج الكتابة المثلثية للعددين a و b.

0,5 3) بين أن :

$$\left(\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2} - i\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}\right)^8 + 1 = 0$$

4) المستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{u}, \vec{v})$. نعتبر النقطتين A و B لحقاهما a و b على التوالي.

1 حدد زاوية الدوران R الذي مركزه O ويحول A إلى B.

التمرين الثالث

I) نضع لكل x من $\mathbb{R}$: $g(x) = (x^2-1)e^x - x^2e + e$ (e هو العدد النبيري)

0,5 1) تحقق أن : $g(x) = (x^2-1)(e^x - e)$ ثم حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $g(x) = 0$.

2) بين أن :

0,25 $(\forall x \in]-\infty;-1]) ; g(x) \leqslant 0$

0,25 $(\forall x \in]-1;+\infty[) ; g(x) \geqslant 0$

II نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي :

$$f(x) = (x-1)^2 e^x + \left(1 - \frac{x^2}{3}\right) x e$$

حيث e هو العدد النبيري و $e = 2,7$

وليكن $(\mathcal{C})$ منحنى الدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (الوحدة $2cm$)

1) بين أن : $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$

0,5 2) أ - بين أن :

0,5 $(\forall x \in \mathbb{R}) \quad f(x) = x^3 \left[\frac{x^2 - 2x + 1}{x^2} \cdot \frac{e^x}{x} + \frac{3 - x^2}{3x^2} \cdot e \right]$

0,5 2) ب - إستنتج حساب : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

0,75 3) بين أن $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$ ثم اعط تأويلا هندسيا للنتيجة .

0,75 4) بين أن : $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$ ثم اعط تأويلا هندسيا للنتيجة .

1,5 5) بين أن $f'(x) = g(x)$; $(\forall x \in \mathbb{R})$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة f .

6) ليكن (T) المماس لـ : $(\mathcal{C})$ في النقطة ذات الأفصول $x_0 = 0$.

0,5 تحقق أن معادلة ديكارتية لـ : (T) هي : $(T) : y = (e-1)x + 1$

2,5 7) أنشئ في نفس المعلم كلاًّ من (T) و $(\mathcal{C})$. نقبل أن $(\mathcal{C})$ يقطع محور الأفاصيل في نقطتين أفصولاهما : $\alpha = -0,6$ و $\beta = -1,3$

ونأخذ $f(-1) = -0,3$

III نعتبر الدالة F المعرفة على $\mathbb{R}$ بالتعبير :

$$F(x) = (x^2 - 4x + 5) e^x + \left(\frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{12}\right) e$$

وليكن D الحيز المحصور بين $(\mathcal{C})$ ومحور الأفاصيل والمستقيمان :

$(d_1) : x = 0$ و $(d_2) : x = 1$

1 1) بين أن F دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$.

1,5 2) استنتج أن مساحة الحيز D هي : $\mathcal{A}(D) = \left(\frac{29}{3} e - 20\right) cm^2$

* * *

ـ إنجاز ذ. محمد يزوغ ـ

تصحيح الامتحان التجريبي رقم 2 :

التمرين الأول

$u_0 = 2$

$(\forall n\in\mathbb{N}) : u_{n+1} = \frac{4}{5}u_n - \frac{3^{n+1}}{5^{n+2}}$

1) حساب u_1 :

$u_1 = u_{0+1} = \frac{4}{5}u_0 - \frac{3^{0+1}}{5^{0+2}}$

$= \frac{4}{5}\times 2 - \frac{3^1}{5^2} = \frac{8}{5} - \frac{3}{25}$

$= \frac{40-3}{25} = \boxed{\frac{37}{25}}$

2) لدينا: $v_n = u_n - \left(\frac{3}{5}\right)^{n+1}$

2-أ) التحقق : لدينا لكل n من $\mathbb{N}$:

$v_{n+1} = u_{n+1} - \left(\frac{3}{5}\right)^{(n+1)+1}$

$= \frac{4}{5}u_n - \frac{3^{n+1}}{5^{n+2}} - \left(\frac{3}{5}\right)^{n+2}$

$= \frac{4}{5}u_n - \frac{1}{5}\times\frac{3^{n+1}}{5^{n+1}} - \frac{3}{5}\times\frac{3^{n+1}}{5^{n+1}}$

$= \frac{4}{5}u_n - \frac{3^{n+1}}{5^{n+1}}\left(\frac{1}{5}+\frac{3}{5}\right)$

$= \frac{4}{5}u_n - \frac{3^{n+1}}{5^{n+1}}\left(\frac{4}{5}\right)$

$= \frac{4}{5}\left(u_n - \frac{3^{n+1}}{5^{n+1}}\right) = \frac{4}{5}\underbrace{\left(u_n - \left(\frac{3}{5}\right)^{n+1}\right)}_{v_n}$

إذن:

$(\forall n\in\mathbb{N}) : v_{n+1} = \frac{4}{5}v_n$

ومنه (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{4}{5}$

2-ب) الاستنتاج : بما أن (v_n) هندسية أساسها $\frac{4}{5}$ فإنه: $v_n = \left(\frac{4}{5}\right)^n v_0$

حيث: $v_0 = u_0 - \left(\frac{3}{5}\right)^{0+1}$

$= 2 - \left(\frac{3}{5}\right)^1 = \frac{10}{5} - \frac{3}{5} = \frac{7}{5}$

وبالتالي: $\boxed{v_n = \frac{7}{5}\left(\frac{4}{5}\right)^n}$

نعلم أن: $v_n = u_n - \left(\frac{3}{5}\right)^{n+1}$

إذن: $u_n = v_n + \left(\frac{3}{5}\right)^{n+1}$

ومنه: $\boxed{u_n = \frac{7}{5}\left(\frac{4}{5}\right)^n + \left(\frac{3}{5}\right)^{n+1}}$

2-ج) حساب $\lim u_n$:

بما أن $-1 < \frac{3}{5} < 1$ فإن: $\lim\left(\frac{3}{5}\right)^n = 0$

وبما أن $-1 < \frac{4}{5} < 1$ فإن: $\lim\left(\frac{4}{5}\right)^n = 0$

إذن: $\lim u_n = \lim \frac{7}{5}\left(\frac{4}{5}\right)^n + \left(\frac{3}{5}\right)^{n+1}$

$= \lim \frac{7}{5}\left(\frac{4}{5}\right)^n + \frac{3}{5}\left(\frac{3}{5}\right)^n$

$= \frac{7}{5}\times 0 + \frac{3}{5}\times 0 = \boxed{0}$

3) لكل n من $\mathbb{N}$ لدينا:

$w_n = \ln\left(\frac{1}{v_n}\right)$

$= \ln\left[\frac{5}{7}\times\left(\frac{5}{4}\right)^n\right]$

$= \ln\left(\frac{5}{7}\right) + n\ln\left(\frac{5}{4}\right)$

ولدينا: $\frac{5}{4} > 1$ إذن: $\ln\left(\frac{5}{4}\right) > 0$

ومنه:

$\lim n\ln\left(\frac{5}{4}\right) = +\infty$

"لأن: $\lim n = +\infty$"

إذن: $\boxed{\lim w_n = +\infty}$

التمرين الثاني

$(E) : z^2 - 2\sqrt{2+\sqrt{2}}\,z + 4 = 0$

1-أ) لدينا: $\left(2i\sqrt{2-\sqrt{2}}\right)^2 = 4i^2\left(\sqrt{2-\sqrt{2}}\right)^2$

$= -4(2-\sqrt{2}) = -8 + 4\sqrt{2}$

ومن جهة أخرى لدينا،

(2)

$2\,Arg(a) = -\frac{\pi}{4} + 2k\pi$: إذن

$\Rightarrow Arg(a) = -\frac{\pi}{8} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$

ولدينا :

$|4c| = |a^2| \Rightarrow 4|c| = |a|^2$

$\Rightarrow 4 = |a|^2 \Rightarrow |a| = 2$

إذن :

$$\boxed{a = [2 ; -\frac{\pi}{8}]}$$

طريقة 2 :

ليكن r معياره و θ عمدة a

لدينا :

$$\Rightarrow \begin{cases} a^2 = [r ; \theta]^2 \\ c = [1 ; -\frac{\pi}{4}] \quad \text{و} \\ 4 = [4 ; 0] \end{cases}$$

إذن :

$a^2 = 4c$.

$\Rightarrow [r ; \theta]^2 = [4 ; 0] \times [1 ; -\frac{\pi}{4}]$

$\Rightarrow [r^2 ; 2\theta] = [4 \times 1 ; 0 + (-\frac{\pi}{4})]$

$\Rightarrow [r^2 ; 2\theta] = [4 ; -\frac{\pi}{4}]$

$\Rightarrow r^2 = 4 \quad \text{و} \quad 2\theta = -\frac{\pi}{4} \; [2\pi]$

إذا :

$r = 2 \quad \text{و} \quad \theta = -\frac{\pi}{8} \; [\pi]$

وبالتالي :

$$\boxed{a = [2 ; -\frac{\pi}{8}]}$$

الكتابة المثلثية للعدد b :

$b = \bar{a} = \overline{[2 ; -\frac{\pi}{8}]} = [2 ; \frac{\pi}{8}]$

2 - ب) لدينا :

$\left(\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2} - i\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}\right)^8$

$= \left(\frac{a}{2}\right)^8 = \left(\left(\frac{a}{2}\right)^2\right)^4 = \left(\frac{a^2}{4}\right)^4$

$= c^4 = [1 ; -\frac{\pi}{4}]^4 = [1 ; -\pi]$

$= \cos(-\pi) + i\sin(-\pi) = -1$

$\Delta = \left(-2\sqrt{2+\sqrt{2}}\right)^2 - 4(4)$

$= 4(2+\sqrt{2}) - 16 = 8 + 4\sqrt{2} - 16$

$= -8 + 4\sqrt{2}$

ومنه نستنتج أن :

$$\boxed{\Delta = \left(2i\sqrt{2-\sqrt{2}}\right)^2}$$

1 - ب) بما أن : $\Delta = \left(2i\sqrt{2-\sqrt{2}}\right)^2$

فإن :

$a = \frac{-b - 2i\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2a}$

$= \frac{2\sqrt{2+\sqrt{2}} - 2i\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$

$= \boxed{\sqrt{2+\sqrt{2}} - i\sqrt{2-\sqrt{2}}}$

و

$b = \bar{a} = \boxed{\sqrt{2+\sqrt{2}} + i\sqrt{2-\sqrt{2}}}$

2) لنحقق أن c من $\mathbb{C}$ يحقق : $4c = a^2$

2 - أ) لدينا :

$4c = a^2 = \left(\sqrt{2+\sqrt{2}} - i\sqrt{2-\sqrt{2}}\right)^2$

$= 2+\sqrt{2} - 2i\sqrt{(2+\sqrt{2})(2-\sqrt{2})} + \left(i\sqrt{2-\sqrt{2}}\right)^2$

$= 2+\sqrt{2} - 2i\sqrt{4-2} - (2-\sqrt{2})$

$= 2+\sqrt{2} - 2i\sqrt{2} - 2 + \sqrt{2}$

$= 2\sqrt{2} - i2\sqrt{2}$

$\Rightarrow c = \frac{2\sqrt{2}}{4} - i\frac{2\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} - i\frac{\sqrt{2}}{2}$

الكتابة الشكلية لـ : c :

بما أن :

$c = \frac{\sqrt{2}}{2} - i\frac{\sqrt{2}}{2}$

فإن :

$c = \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) - i\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$

$= \cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) = [1 ; -\frac{\pi}{4}]$

2 - ب) الاستنتاج :

الكتابة المثلثية للعدد a :

$a^2 = 4c \Rightarrow Arg(a^2) = Arg(4c) \; [2\pi]$

$\Rightarrow 2\,Arg(a) = Arg(4) + Arg(c) \; [2\pi]$

$\Rightarrow 2\,Arg(a) = 0 + \left(-\frac{\pi}{4}\right) \; [2\pi]$

وبالتالي:

$$\left(\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2} - i\,\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}\right)^8 + 1 = 0$$

طريقة أخرى: نعلم أن: $a = 2e^{-i\pi/8}$

إذن:

$$\left(\frac{a}{2}\right) = e^{-i\pi/8} \Rightarrow \left(\frac{a}{2}\right)^8 = \left(e^{-i\pi/8}\right)^8$$

$$\Rightarrow \left(\frac{a}{2}\right)^8 = e^{-i\pi} = \cos(-\pi) + i\sin(-\pi)$$

$$\Rightarrow \left(\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}} - i\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}\right)^8 = -1$$

$$\Rightarrow \left(\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2} - i\,\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}\right)^8 + 1 = 0$$

4) صيغة الدوران R العقدية هي:

$$z' = e^{i\theta}(z - \omega) + \omega$$

$$= e^{i\theta} z$$

بما أن: $R(A) = B$ فإن: $z_B = e^{i\theta} z_A$

أي أن: $b = e^{i\theta} a$ إذن:

$$\text{Arg}(b) = \text{Arg}(e^{i\theta} a)\ [2\pi]$$

$$\Rightarrow \text{Arg}(b) = \text{Arg}(e^{i\theta}) + \text{Arg}(a)\ [2\pi]$$

$$\Rightarrow \frac{\pi}{8} \equiv \theta + \left(-\frac{\pi}{8}\right)\ [2\pi]$$

$$\Rightarrow \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{8} \equiv \theta\ [2\pi] \Rightarrow \frac{\pi}{4} \equiv \theta\ [2\pi]$$

إذن زاوية الدوران هي $\frac{\pi}{4}$

التمرين الثالث

I $g(x) = (x^2-1)e^x - x^2 e + e$

1) التحقق:

$$g(x) = (x^2-1)e^x - (x^2 e - e)$$

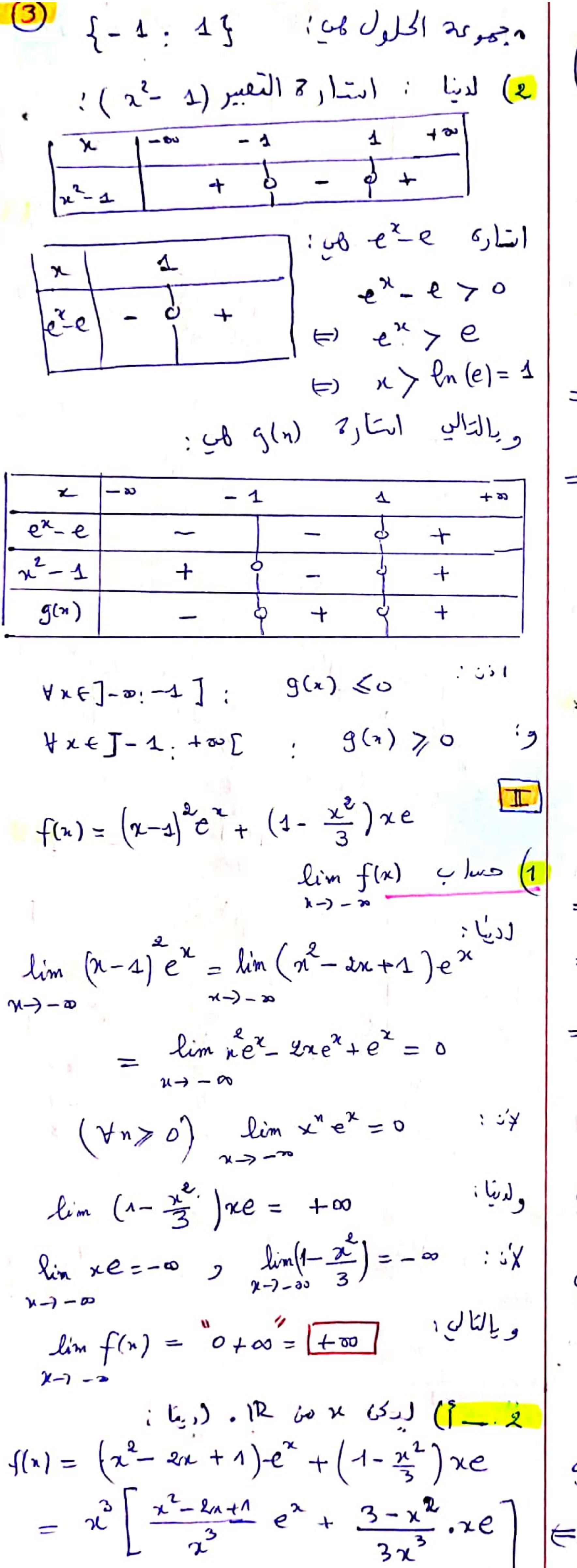
$$= (x^2-1)e^x - (x^2-1)e$$

$$= (x^2-1)(e^x - e)$$

المعادلة: $g(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 1 = 0$ أو $e^x - e = 0$

$\Leftrightarrow (x-1)(x+1) = 0$ أو $e^x = e$

$x = 1$ أو $x = -1$ أو $x = \ln(e)$



③ مجموعة الحلول هي: $\{-1 ; 1\}$

2) لدينا: اشارة التعبير (x^2-1):

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
x^2-1		$+$	0	$-$	0	$+$	

اشارة $e^x - e$ هي:

$$e^x - e > 0$$
$$\Leftrightarrow e^x > e$$
$$\Leftrightarrow x > \ln(e) = 1$$

x		1	
$e^x - e$	$-$	0	$+$

وبالتالي اشارة $g(x)$ هي:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$e^x - e$		$-$		$-$	0	$+$	
$x^2 - 1$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	

إذن:

$\forall x \in]-\infty ; -1] : \quad g(x) \leq 0$

و: $\forall x \in]-1 ; +\infty[: \quad g(x) \geq 0$

II $f(x) = (x-1)^2 e^x + \left(1 - \frac{x^2}{3}\right) x e$

1) حساب $\lim_{x \to -\infty} f(x)$

لدينا:

$$\lim_{x\to-\infty} (x-1)^2 e^x = \lim_{x\to-\infty} (x^2 - 2x + 1)e^x$$

$$= \lim_{x\to-\infty} x^2 e^x - 2xe^x + e^x = 0$$

لأن: $(\forall n > 0) \quad \lim_{x\to-\infty} x^n e^x = 0$

ولدينا: $\lim \left(1 - \frac{x^2}{3}\right) xe = +\infty$

لأن: $\lim_{x\to-\infty} xe = -\infty \quad , \quad \lim_{x\to-\infty}\left(1 - \frac{x^2}{3}\right) = -\infty$

وبالتالي: $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \text{"}0 + \infty\text{"} = +\infty$

2-أ) ليكن x من $\mathbb{R}$. لدينا:

$$f(x) = (x^2 - 2x + 1)e^x + \left(1 - \frac{x^2}{3}\right)xe$$

$$= x^3\left[\frac{x^2 - 2x + 1}{x^3} e^x + \frac{3 - x^2}{3x^3} \cdot xe\right]$$

$$f(x) = x^3\left(\frac{x^2-2x+1}{x^2}\times\frac{e^x}{x} + \frac{3-x^2}{3x^2}\times\frac{xe}{x}\right)$$

$$= x^3\left[\frac{x^2-2x+1}{x^2}\times\frac{e^x}{x}+\frac{3-x^2}{3x^2}\times e\right]$$

2.ب) استنتاج حساب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$:

لدينا: $\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2-2x+1}{x^2} = \lim_{x\to+\infty}\frac{x^2}{x^2} = 1$

ونعلم أن: $\lim_{x\to+\infty}\frac{e^x}{x} = +\infty$

ولدينا: $\lim_{x\to+\infty}\frac{3-x^2}{3x^2}\times e = \lim \frac{-x^2}{3x^2}e$

$$= -\frac{1}{3}e$$

إذن: $\lim_{x\to+\infty} x^3\left[\frac{x^2-2x+1}{x^2}\times\frac{e^x}{x}+\frac{3-x^2}{3x^2}e\right]$

$$= \text{"}+\infty\times\left(+\infty-\frac{e}{3}\right)\text{"} = \boxed{+\infty}$$

3) حساب $\lim_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x}$

لدينا باستخدام السؤال 2-أ):

$$\frac{f(x)}{x} = x^2\left[\frac{x^2-2x+1}{x^2}\times\frac{e^x}{x}+\frac{3-x^2}{3x^2}e\right]$$

($x^2 \to +\infty$ ، $\frac{x^2-2x+1}{x^2}\to 1$ ، $\frac{e^x}{x}\to\frac{0^+}{-\infty}=0$ ، $\frac{3-x^2}{3x^2}\to-\frac{1}{3}$ ؛ لما $x\to-\infty$)

إذن:

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x} = \text{"}+\infty\times\left(0-\frac{e}{3}\right)\text{"} = \boxed{-\infty}$$

تأويل هندسي: لدينا مما سبق:

$\lim_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x} = -\infty$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$

إذن (C) يقبل فرعا شلجميا بجوار $-\infty$ في اتجاه محور الأراتيب.

4) لدينا:

$$\frac{f(x)}{x} = x^2\left[\frac{x^2-2x+1}{x^2}\times\frac{e^x}{x}+\frac{3-x^2}{3x^2}\times e\right]$$

($x^2\to+\infty$ ، $\frac{x^2-2x+1}{x^2}\to 1$ ، $\frac{e^x}{x}\to+\infty$ ، $\frac{3-x^2}{3x^2}\to-\frac{1}{3}$ ؛ لما $x\to+\infty$)

إذن:

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x} = \text{"}+\infty\times\left(1\times+\infty-\frac{e}{3}\right)\text{"} = \text{"}+\infty(+\infty)\text{"}$$

$$= \boxed{+\infty}$$

تأويل هندسي: لدينا:

$\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x} = +\infty$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

ومنه: (C) يقبل فرعا شلجميا في اتجاه محور الأراتيب بجوار $(+\infty)$.

5) f ق.ش على $\mathbb{R}$ ولدينا:

$$f(x) = (x-1)^2e^x + \left(1-\frac{x^2}{3}\right)xe$$

$$= (x-1)^2e^x + xe - \frac{x^3}{3}e$$

إذن:

$$f'(x) = 2(x-1)e^x + (x-1)^2e^x + e - \frac{3x^2}{3}e$$

$$= \left(2x-2+(x-1)^2\right)e^x + e - x^2e$$

$$= \left(2x-2+x^2-2x+1\right)e^x + e - x^2e$$

$$= (x^2-1)e^x - x^2e + e = g(x)$$

إذن:

$$(\forall x\in\mathbb{R}),\ f'(x) = g(x)$$

جدول تغيرات الدالة f :

اشارة $f'(x)$ هي نفس اشارة $g(x)$ وحسب السؤال I-2) لدينا:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	
f	$+\infty$	↘	$f(-1)$	↗	$f(1)$	↗	$+\infty$

(5)

$F(x) = (x^2-4x+5)e^x + \left(\frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{12}\right)e$

1) لدينا : F ق.ش على IR , ولكل x من IR :

$f'(x) = (2x-4)e^x + (x^2-4x+5)e^x + \left(x - \frac{x^3}{3}\right)e$

$= (2x-4+x^2-4x+5)e^x + x\left(1-\frac{x^2}{3}\right)e$

$= (x^2-2x+1)e^x + \left(1-\frac{x^2}{3}\right)xe$

$= (x-1)^2e^x + \left(1-\frac{x^2}{3}\right)xe = f(x)$

اذن :

$\forall x\in\mathbb{R} , F'(x) = f(x)$

وهذا يعني أن F دالة أصلية لـ f على IR .

2) الاستنتاج :

مساحة (D) هي :

$\mathcal{A}(D) = \left(\int_0^1 |f(x)|\,dx\right)(u.a)$

حيث $u.a = 2cm \times 2cm = 4\,cm^2$ وحدة المساحة .

f دالة تزايدية على المجال $[0;1]$ إذن: $f(0)$ قيمة دنيا وبالتالي:

$\forall x \in [0;1] , f(x) \geq f(0) = 1 > 0$

ومنه :

$\int_0^1 |f(x)|\,dx = \int_0^1 f(x)\,dx$

$= [F(x)]_0^1 = F(1) - F(0)$

ولدينا:

$F(1) = (1-4+5)e + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{12}\right)e = 2e + \frac{5}{12}e$

$= \frac{24+5}{12}e = \frac{29}{12}e$

و

$F(0) = 5e^0 + 0 = 5$

اذن :

$F(1) - F(0) = \frac{29}{12}e - 5$

ومنه :

$\mathcal{A}(D) = \left(\frac{29}{12}e - 5\right) \times 4\,cm^2$

أي أن :

$\mathcal{A}(D) = \left(\frac{29}{3}e - 20\right) cm^2$

★ ★ ★ ★

II

ملاحظة : ① f تقبل قيمة دنيا هي $f(-1)$

② الدالة f' تنعدم مرتين في : -1 وفي 1

وهذا معناه أن $(\mathcal{C})$ يقبل مماسين أفقيين في النقطتين : $A(-1; f(-1))$ و $B(1; f(1))$

6) معادلة المماس (T) هي :

$(T) : y = f'(0)x + f(0)$

حيث :

$f(0) = e^0 + 0 = 1$

و

$f'(0) = g(0) = -(e^0 - e)$

$= -(1-e) = e-1$

اذن :

$(T) : y = (e-1)x + 1$

7) إنشاء $(\mathcal{C})$ و (T) .

لدينا : $e \simeq 2{,}7$ اذن : $(T) : y = 1{,}7x + 1$

$f(-1) = -0{,}3$ قيمة دنيا للدالة f .

$(\mathcal{C}_f)$

$(T) : y = (e-1)x+1$